Corrigé des exercices du livre - Chapitre 13 : Mouvements des satellites et des planetes

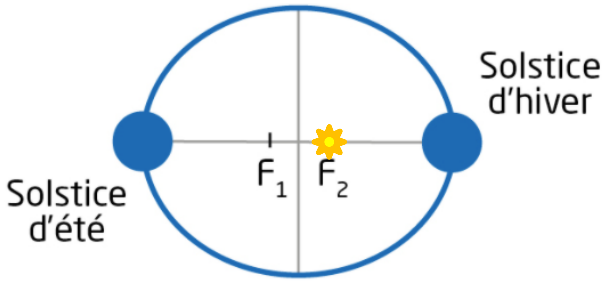
Exercice 15 : Caractériser le vecteur accélération

a. Le vecteur accélération est associé à une variation du vecteur vitesse. Cette variation peut être une variation de la valeur de la vitesse, mais aussi un changement de direction. Le véhicule effectue un virage. Par conséquent la direction de son vecteur vitesse, tangent en tout point à la trajectoire du véhicule, change. Bien que de norme constante, le vecteur vitesse n'est pas constant. Le centre de masse du véhicule subit donc une accélération.
Rappel : Le principe d'inertie est vectoriel. L'accélération d'un objet est nulle uniquement si son mouvement est uniforme ET rectiligne.

b. $a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{20}{3,6}\right)^2}{25} = 1,2\, m.s^{-2}$

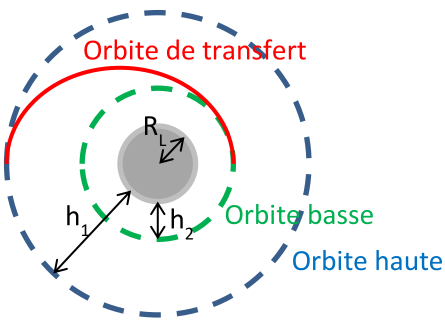
Exercice 25 : Appliquer deux lois de Kepler

a. En appliquant la première loi de Kepler, la Terre a une trajectoire elliptique autour du Soleil, celui-ci étant sur l'un des deux foyers de l'ellipse, en l'occurrence F2.



b. D'après la deuxième loi de Kepler (loi des Aires), un astre parcourt une aire égale en des intervalles de temps égaux. L'aire parcourue par la Terre en une journée peut être assimilée à l'air du triangle formé par les positions initiale et finale de la Terre et le Soleil.
Lorsque la distance Terre-Soleil est plus faible, la distance entre les deux positions de la Terre doit être plus élevée : la distance parcourue par la Terre en une journée est plus élevée au solstice d'hiver qu'au solstice d'été. La vitesse de la Terre sur son orbite est donc plus élevée en hiver qu'en été.

Exercice 31 : Étudier un changement d'orbite lunaire



D'après le schéma ci-contre, le demi grand axe de l'orbite de transfert a pour expression :

$$R = \frac{h_1 + h_2 + 2R_L}{2}$$

D'où la durée du voyage du module lunaire sur l'orbite de transfert :

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}} = \pi\sqrt{\frac{\left(\frac{h_1 + h_2 + 2R_L}{2}\right)^3}{GM}} = \pi\sqrt{\frac{(h_1 + h_2 + 2R_L)^3}{8GM}}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \pi\sqrt{\frac{(110.10^3 + 15.10^3 + 2 \times 1,74.10^6)^3}{8 \times 6,67.10^{-11} \times 7,35.10^{22}}} = 1,1.10^3\, s = 18\, min$$

Exercice 33 : Deux satellites de Neptune

Système : Triton (m)
Référentiel : neptunocentrique, supposé galiléen
Repère de Frenet
Bilan des forces :

- Interaction gravitationnelle due à Neptune $\vec{F}\begin{pmatrix} 0 \\ G\frac{M_N m}{R^2} \end{pmatrix}$

a. Le mouvement de Triton est circulaire dans le référentiel neptunocentrique.

b. En appliquant la deuxième loi de Newton, on a $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} = \frac{1}{m}\begin{pmatrix} 0 \\ G\frac{M_N m}{R^2} \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ G\frac{M_N}{R^2} \end{pmatrix}$$

Or, dans le repère de Frenet, on a $\vec{a}\begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}$

Par identification, on a donc $\begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste. \quad mouvement\ uniforme \\ \frac{v^2}{R} = G\frac{M_N}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M_N}{R}} \end{cases}$

c. Le mouvement de Triton étant uniforme, on a $v = \frac{2\pi R}{T_{Triton}} \Rightarrow T_{Triton} = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_N}}$.

d. $T_{Triton} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{{T_{Triton}}^2 GM_N}{4\pi^2}}$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{(5{,}9 \times 86400)^2 \times 6{,}67.10^{-11} \times 1{,}02.10^{26}}{4\pi^2}} = 3{,}6.10^8\ m = 3{,}6.10^5\ km$$

e. D'après la troisième loi de Kepler, $\left(\frac{a^3}{{T_{Néréide}}^2}\right) = \left(\frac{R^3}{{T_{Triton}}^2}\right)$

$$\Rightarrow a = R\sqrt[3]{\frac{{T_{Néréide}}^2}{{T_{Triton}}^2}} = 3{,}6.10^5 \times \sqrt[3]{\frac{(360)^2}{(5{,}9)^2}} = 5{,}5.10^6\ km$$

Exercice 34 : Satelllites météorologiques

Système : satellite (m)
Référentiel : géocentrique supposé galiléen
Repère de Frenet
Bilan des forces :

- Interaction gravitationnelle due à la Terre $\vec{F}\begin{pmatrix} 0 \\ G\frac{M_T m}{R^2} \end{pmatrix}$

a. Un satellite est géostationnaire lorsque sa période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même : $T_{géo} = 24\ h = 86400\ s$
Un satellite géostationnaire reste fixe autour d'un point de la surface de la Terre. Il faut donc que son orbite soit perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre. Pour cela, la force d'interaction gravitationnelle due à la Terre, orientée vers le centre de la Terre, doit être perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre. Le seul plan dans lequel cela est possible est le plan équatorial. Un satellite géostationnaire doit donc se trouver dans le plan équatorial terrestre.

b. Les satellites géostationnaires ne couvrent pas l'intégralité de la surface de la Terre. Il existe deux zones blanches au niveau des pôles. Les satellites défilants, qui ont une orbite passant au-dessus des pôles permettent de couvrir ces zones blanches.

c. D'après la Troisième loi de Kepler, pour des objets en orbite autour d'un même axe, on a :

$$\frac{T^2}{R^3} = cste \Rightarrow \left(\frac{{T_{déf}}^2}{{R_{déf}}^3}\right) = \left(\frac{{T_{géo}}^2}{{R_{géo}}^3}\right)$$

$$\Rightarrow T_{déf} = T_{géo}\left(\frac{R_{déf}}{R_{géo}}\right)^{\frac{3}{2}} = 86400\left(\frac{820 + 6{,}4.10^3}{36000 + 6{,}4.10^3}\right)^{\frac{3}{2}} = 6{,}1.10^3\ s = 1{,}0.10^2\ min$$

d. La durée au bout de laquelle un satellite défilant repasse, dans le même sens, à la verticale du même point de l'équateur est le plus petit commun diviseur de la période de révolution du satellite et de la période de rotation de la Terre, soit 5 jours.

e. Les satellites défilants permettent de passer au-dessus de l'ensemble de la surface de la Terre en 5 jours, avec un passage au-dessus de chacun des pôles toutes les 100 minutes environ. Ils permettent une étude plus fine (en raison de mesures à distance plus faible) tous les 5 jours environ.

Exercice 38 : Astéroïde Cérès

Système : Dawn (m)
Référentiel : cérèsocentrique, supposé galiléen
Repère de Frenet

a. Bilan des forces :

- Interaction gravitationnelle due à Cérès $\vec{F}\begin{pmatrix} 0 \\ G\frac{M_C m}{(R_C+h)^2} \end{pmatrix}$

b. En appliquant la deuxième loi de Newton, on a $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} = \frac{1}{m}\begin{pmatrix} 0 \\ G\frac{M_C m}{(R_C + h)^2} \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ G\frac{M_C}{(R_C + h)^2} \end{pmatrix}$$

Or, dans le repère de Frenet, on a $\vec{a}\begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{R_C+h} \end{pmatrix}$

Par identification, on a donc $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste.\quad mouvement\ uniforme$

c. Par identification, on a $\frac{v^2}{R_C+h} = G\frac{M_C}{(R_C+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M_C}{R_C+h}}$

d. Le mouvement de Dawn étant uniforme, on a $v = \frac{2\pi(R_C+h)}{T_{Dawn}} \Rightarrow \frac{2\pi(R_C+h)}{T_{Dawn}} = \sqrt{G\frac{M_C}{R_C+h}}.$

$$\Rightarrow \frac{4\pi^2(R_C + h)}{{T_{Dawn}}^2} = G\frac{M_C}{R_C + h} \Rightarrow \frac{{T_{Dawn}}^2}{(R_C + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_C}$$

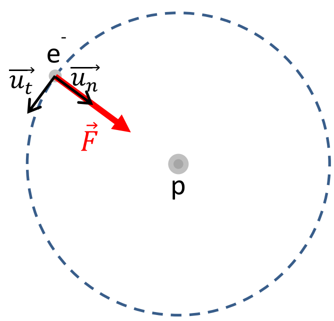
e. $\frac{{T_{Dawn}}^2}{(R_C+h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_C} \Rightarrow M_C = \frac{4\pi^2}{G}\frac{(R_C+h)^3}{{T_{Dawn}}^2} = \frac{4\pi^2}{6{,}67.10^{-11}}\frac{(470.10^3+13500.10^3)^3}{(15\times86400)^2} = 9{,}6.10^{20}\ kg$

Exercice 40 : Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène

Système : électron (m, q = -e)
Référentiel : nucléocentrique supposé galiléen
Repère de Frenet

a. Une force centripète est une force orientée perpendiculairement à la trajectoire du système qui la subit, vers le centre de cette trajectoire.

Bilan des forces :



- Interaction électrique due au noyau $\vec{F}\begin{pmatrix} 0 \\ k\frac{e^2}{r^2} \end{pmatrix}$

b. Dans le repère de Frenet, on a $\vec{a}\begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{r} \end{pmatrix}$

c. En appliquant la deuxième loi de Newton, on a $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} = \frac{1}{m}\begin{pmatrix} 0 \\ k\frac{e^2}{r^2} \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{ke^2}{mr^2} \end{pmatrix}$$

Or, dans le repère de Frenet, on a $\vec{a}\begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{r} \end{pmatrix}$

Par identification, on a donc $\begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste. \quad mouvement\ uniforme \\ \frac{v^2}{r} = \frac{ke^2}{mr^2} \Rightarrow v = e\sqrt{\frac{k}{mr}} \end{cases}$

d. $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}me^2\frac{k}{mr} = \frac{ke^2}{2r}$

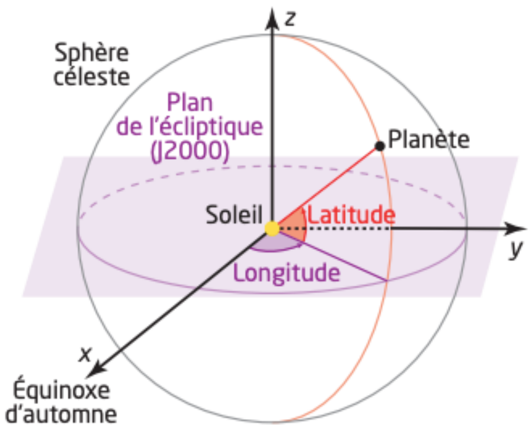
e. $\left.\begin{array}{l} E_{c,n} = \frac{ke^2}{2r_n} \\ E_{c,n} = \underbrace{\frac{13{,}6}{n^2}}_{en\ eV} = \underbrace{\frac{13{,}6e}{n^2}}_{en\ J} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{ke^2}{2r_n} = \frac{13{,}6e}{n^2} \Rightarrow r_n = \frac{ken^2}{27{,}2}$

f. $r_n = \frac{ken^2}{27{,}2} = \frac{9{,}0.10^9 \times 1{,}602.10^{-19} \times 1^2}{27{,}2} = 5{,}3.10^{-11}\ m$

g. Lorsque n augmente, le rayon des trajectoires des électrons augmente, et l'énergie cinétique des électrons diminue.

Exercice 42 : Vénus et 2ème loi de Kepler

a.



En analysant l'éphérémide de Vénus, on constate que sa latitude oscille entre +3° et -3°. Cet angle est faible, et peut donc être négligé.

b. La grandeur contenue dans la liste « Aire » est l'aire totale balayée par Vénus en fonction du temps.
La boucle « FOR » permet de compléter cette liste :

- Pour chaque valeur de longitude mesurée (variant entre 0 et 358° dans les données), on calcule l'aire balayée entre la longitude à laquelle on se trouve et la longitude suivante.
- On ajoute alors cette aire à l'aire balayée jusqu'alors.
- La valeur obtenue entre alors en tant que donnée supplémentaire dans la liste « Aire ».

c. La deuxième loi de Kepler précise que la vitesse aréolaire d'un astre est constante, c'est-à-dire que l'aire balayée par l'astre autour du Soleil sur un intervalle de temps donné est constante.
La figure obtenue à l'exécution du programme est une fonction linéaire : l'aire totale balayée par Vénus est proportionnelle au temps. Le coefficient directeur de cette droite correspond à la vitesse aréolaire de Vénus, qui est donc constante. La 2ème loi de Kepler est donc bien vérifiée.

d. $A = k\Delta t \Rightarrow [k] = \frac{[A]}{[\Delta t]} = m^2.s^{-1}$

$[\sqrt{GM_SR}] = [G]^{\frac{1}{2}}[M_S]^{\frac{1}{2}}[R]^{\frac{1}{2}} = m^{\frac{3}{2}}kg^{-\frac{1}{2}}s^{-1}.kg^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{2}} = m^2.s^{-1} = [k]$

La relation donnée est bien homogène.

e.

```
# ========================================================================
# Partie 2 : Estimer la masse M_S du Soleil (question e)
# ========================================================================
G=6.67e-11   # Constante de gravitation (en N*m^2*kg^(-2))
k=np.polyfit(t,Aire,1)[0]/(24*3600) # Valeur de k (en m^2/s)
R=np.mean(distance) # Valeur moyenne de la distance Soleil-Venus(en m)
M_S=(2*k)**2/(G*R) # Calcul de la masse du Soleil (en kg)
print('\nMasse du Soleil M_Soleil =','%.4e'% M_S,'kg')
```

f. $M_{S_{programme}} = 1{,}9880.10^{30}\ kg \Rightarrow \frac{|M_{réf} - M_{programme}|}{u(M_{programme})} = \frac{|1{,}9884.10^{30} - 1{,}9880.10^{30}|}{7.10^{26}} = 0{,}6 < 2$

Le modèle adopté pour calculer la masse du Soleil à partir de l'éphéméride de Vénus permet d'en obtenir une approximation valable.

Exercice 45 : Un nouveau statut pour Pluton

1. En appliquant la troisième loi de Kepler à Dysnomia, on a :
$$\frac{{T_D}^2}{{R_D}^3} = \frac{4\pi^2}{GM_E} \Rightarrow M_E = \frac{4\pi^2}{G}\frac{{R_D}^3}{{T_D}^2} = \frac{4\pi^2}{6{,}67.10^{-11}}\frac{(3{,}60.10^7)^3}{(1{,}30.10^6)^2} = 1{,}63.10^{22}\ kg$$
2. Pluton a une masse inférieure à celle d'Éris. Si on maintient le statut de planète de Pluton, il faudra alors également l'attribuer à Éris, ainsi qu'à une multitude d'autres astres gravitant autour du Soleil, de masses et de dimensions sensiblement équivalentes. Sachant qu'il est fort probable que, avec la progression des technologies d'observation, on en observe régulièrement de nouvelles, cela impliquerait une remise en cause permanente des connaissances à apporter sur le système solaire. C'est pourquoi il a été décidé déclasser Pluton en 2006. Le nombre de planètes autour du Soleil est donc figé à 8. Les astres qui seront découverts dans le futur seront susceptibles d'entrer dans la catégorie des planètes naines.